Методичні рекомендації до самостійної роботи здобувачів вищої освіти

Рівень вищої освіти **магістерський**

Галузь знань **22 Охорона здоров я**

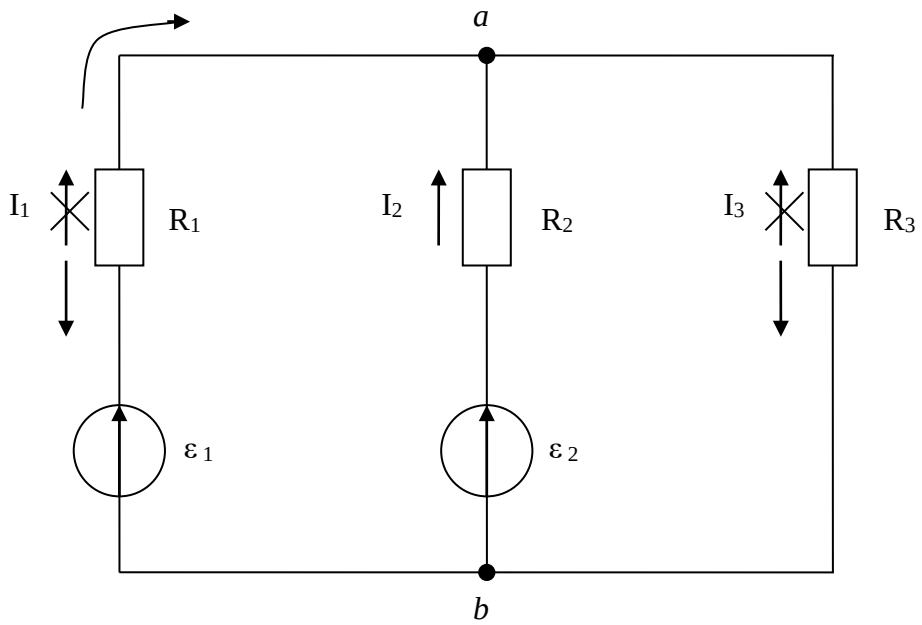
Спеціальність **162 Біотехнологиї та біоінженерія** Семестр 3

Освітня програма **Біотехнологія**

Навчальна дисципліна **Електротехніка та основи електротехніки**

ЗАВДАННЯ №1

Визначити струми в гілках ланцюга, зображеного на рисунку: $\varepsilon_1 = 4$ В, $\varepsilon_2 = 8$ В, $R_1 = R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 10$ Ом.



Метод Кірхгофа

1. Вибрати позитивні напрямки струмів у гілках (довільно) I_1:I_2:I_3.

2. Вибрати позитивний обхід до контуру – вибрали за стрілкою годинника.

3. Оскільки невідомих 3, то і рівнянь в системі повинно бути 3. Система складається з вузлових рівнянь та контурних рівнянь.

Вузлових рівнянь повинно бути на 1 менше, ніж вузлів (I закон Кірхгофа $\sum I_i = 0$). Вузлів 2 – рівнянь 1.

Струми, які входять у вузол, вважаються позитивними, тобто $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ для вузла *a*. Можливих контурів 3:

1) $\varepsilon_1 R_1 \varepsilon_2 R_2$

2) $\varepsilon_1 R_1 R_3$

3) $\varepsilon_2 R_2 R_3$

Потрібно тільки 2, тому вибираються контури, в які входить менша кількість елементів, тобто 2 та 3. Контурні рівняння відповідають 2 закону Кірхгофа:

$$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i \ .$$

Сума падінь напруги в контурі дорівнює сумі ε_i. Струми, а також ε_i, які співпадають з обходом контуру, вважаються позитивними.

Складемо систему рівнянь:

для вузла a
для контуру 2
для контуру 3

$$\begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ I_1 R_1 - I_3 R_3 = \varepsilon_1 \\ I_2 R_2 - I_3 R_3 = \varepsilon_2 \end{cases}$$

Розв'яжемо систему:

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 + I_3 R_3}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2 + I_3 R_3}{R_2}$$

Підставимо в перше рівняння:

$$\frac{\varepsilon_1 + I_3 R_3}{R_1} + \frac{\varepsilon_2 + I_3 R_3}{R_2} + I_3 = 0$$

$$I_3 \left(\frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} + 1 \right) + \frac{\varepsilon_1}{R_1} + \frac{\varepsilon_2}{R_2} = 0$$

$$I_3 \left(\frac{R_3 R_2 + R_3 R_1 + R_1 R_2}{R_1 R_2} \right) = -\frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1}{R_1 R_2}$$

$$I_3 = -\frac{\varepsilon_1 R_2 - \varepsilon_2 R_1}{R_3 R_2 + R_3 R_1 + R_1 R_2}$$

$$I_3 = \frac{-9 \cdot 1 - 12 \cdot 1}{10 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 1 \cdot 1} = -\frac{21}{21} = -1 \text{ А}.$$

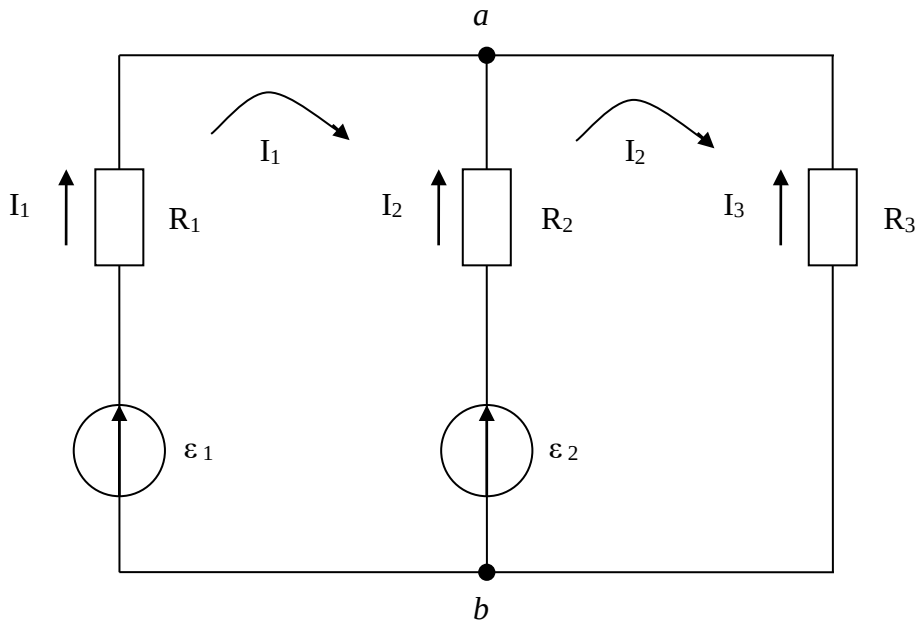
Знак «–» означає, що первинний напрямок I_3 був вибраний невірно (закреслити та вказати вірний напрямок).

$$I_1 = \frac{9 + (-1) \cdot 10}{1} = -1 \text{ А} \text{ – змінити напрямок;}$$

$$I_2 = \frac{12 + (-1) \cdot 10}{1} = 2 \text{ А}.$$

Висновок: паралельне підключення елементів живлення з різними значеннями ε не припустимо. Елемент з меншим ε стає споживачем електричної енергії.

Метод контурних струмів



1. Вибрати позитивні напрямки струмів у гілках I_I:I_{II}:I_{III}.

2. Вибрати позитивні напрямки контурних струмів I_1:I_2.

Контур – це нерозгалужена замкнена ділянка
Можливих контурів 3:

1 контур: $\varepsilon_1 R_1 \varepsilon_2 R_2$

2 контур: $\varepsilon_2 R_2 R_3$

3. Записати II закон Кірхгофа для контурів

$$\begin{cases} I_1R_1 + I_1R_2 - I_2R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \\ I_2R_2 + I_2R_3 - I_1R_2 = \varepsilon_2 \end{cases} \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + I_2R_2}{R_1 + R_2}.$$

Підставимо в друге рівняння:

$$I_2\left(R_2 + R_3\right) - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2}R_2 - I_2\frac{R_2^2}{R_1 + R_2} = \varepsilon_2$$

$$I_2\left(R_2 + R_3 - \frac{R_2^2}{R_1 + R_2}\right) = \frac{\varepsilon_2\left(R_1 + R_2\right) + \varepsilon_1R_2 - \varepsilon_2R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_2\left(R_2R_1 + R_2^2 + R_3R_1 + R_3R_2 - R_2^2\right) = \varepsilon_2R_1 + \varepsilon_1R_2$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2R_1 + \varepsilon_1R_2}{R_2R_1 + R_3R_1 + R_3R_2}$$

$$I_2 = \frac{9\cdot1 + 12\cdot1}{1\cdot1 + 10\cdot1 + 10\cdot1} = \frac{21}{21} = 1\,\text{A}$$

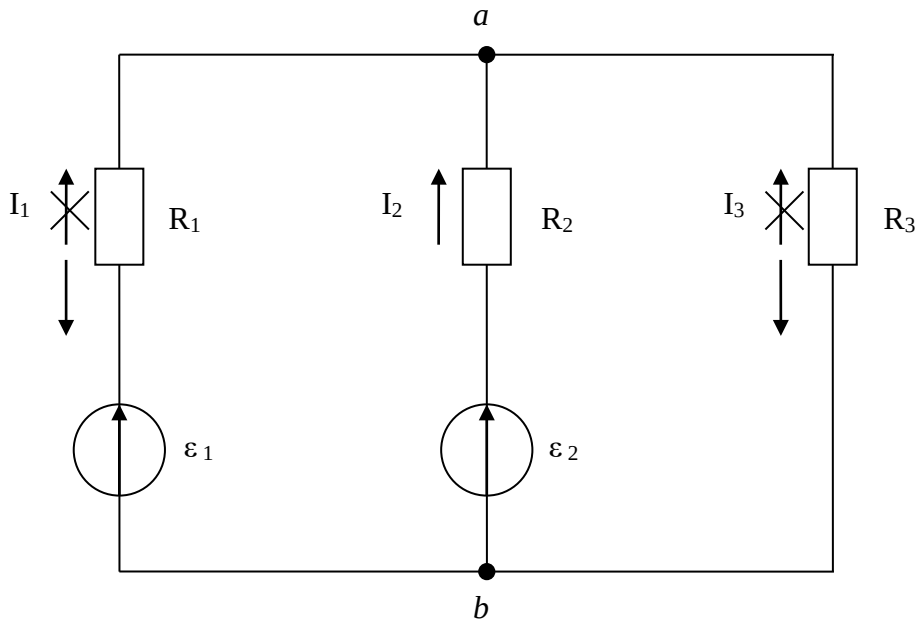
$$I_1 = \frac{9 - 12 + 1\cdot1}{1+1} = -1\,\text{A}$$

$$I_I = +I_1 = -1\,\text{A}$$

$$I_{II} = -I_1 + I_2 = +1 + 1 = 2\,\text{A} \qquad I_{III} = -I_2 = -1\,\text{A}$$

Метод вузлових потенціалів

Оскільки всі три гілки паралельні, то різниця потенціалів на кінцях кожної гілки однакова.



$U = \varepsilon_1 - I_1 R_1$

$U = \varepsilon_2 - I_2 R_2$

$U = 0 - I_3 R_3$

$I_1 = \dfrac{\varepsilon_1 - U}{R_1} \quad I_2 = \dfrac{\varepsilon_2 - U}{R_2} \quad I_3 = -\dfrac{U}{R_3}$

Скористаємося I законом Кірхгофа $\sum I_i = 0$.

$\dfrac{\varepsilon_1 - U}{R_1} + \dfrac{\varepsilon_2 - U}{R_2} - \dfrac{U}{R_3} = 0$.

Для спрощення розрахунків скористаємось провідністю $g = \dfrac{1}{R}$: $g_1 = 1$См, $g_2 = 1$См, $g_3 = 0{,}1$См, тоді:

$\varepsilon_1 g_1 - U g_1 + \varepsilon_2 g_2 - U g_2 - U g_3 = 0$

$U\left(g_1 + g_2 + g_3\right) = \varepsilon_1 g_1 + \varepsilon_2 g_2$

$U = \dfrac{\varepsilon_1 g_1 + \varepsilon_2 g_2}{g_1 + g_2 + g_3} \quad U = \dfrac{9 \cdot 1 + 12 \cdot 1}{1 + 1 + 0{,}1} = \dfrac{21}{2{,}1} = 10$ В

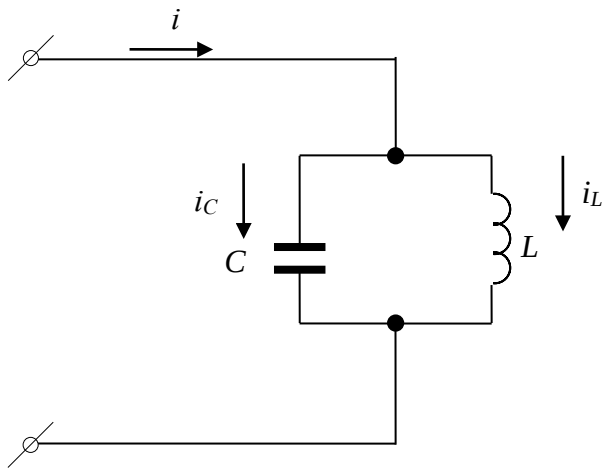
Підставимо в рівняння для *I*:

$I_1 = \dfrac{9 - 10}{1} = -1$ А $\quad I_2 = \dfrac{12 - 10}{1} = 2$ А $\quad I_3 = -\dfrac{10}{10} = -1$ А

Напрямки струмів, значення яких негативні, так само змінюємо на протилежні.

ЗАВДАННЯ №2

В ланцюзі на рисунку $C = 100$ мкФ, $L = 1$. Визначити частоту, при якій в ланцюзі виникає резонанс струмів.



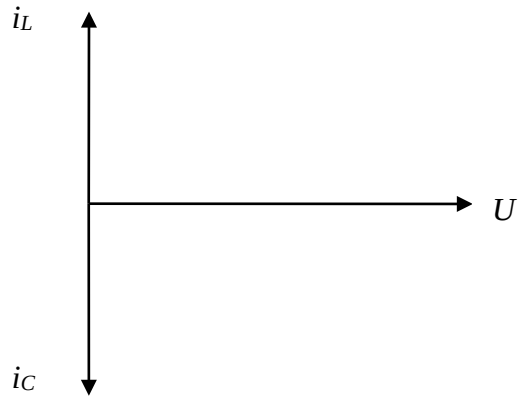
РОЗВ'ЯЗАННЯ

При паралельному з'єднанні $U_C = U_L$. Припустимо, що напруга змінюється за законом:

$$U = U_m \sin \omega t .$$

Струм по гілці С $i_C = i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ запізнюється відносно напруги на $\frac{\pi}{2}$.

Струм через L $i_L = i_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, тобто випереджає напругу на $\frac{\pi}{2}$.



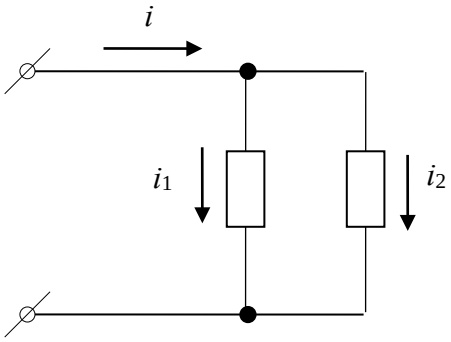
При резонансі струмів $i = i_L + i_C = 0$, тобто $i_L = i_C$, тоді

$$X_L = X_C, \ \omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

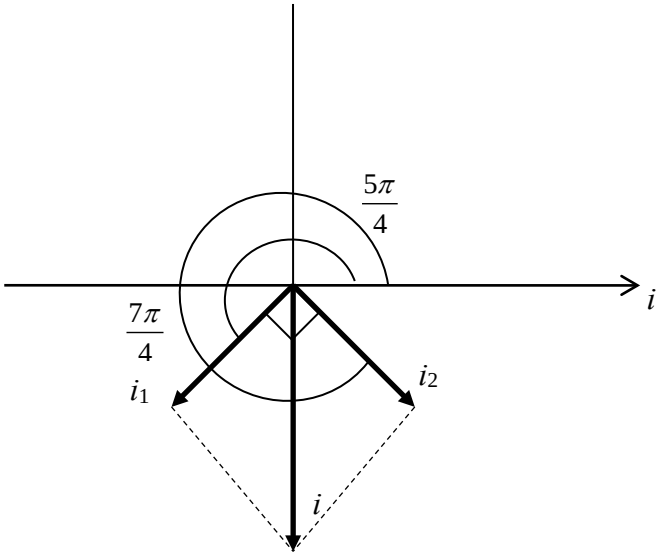
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{1 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}} = 100 \text{ рад/с.}$$

ЗАВДАННЯ №3

Струми у гілках схеми мають аналітичні вирази $i_1 = 1,41\sin\left(\omega t + \frac{5\pi}{4}\right)$, $i_2 = 1,41\sin\left(\omega t + \frac{7\pi}{4}\right)$. Визначити максимальне значення струму *i* методом векторних діаграм і записати його аналітичній вираз.



РОЗВ'ЯЗАННЯ



Зсув фаз між струмами i_1 та i_2 складає

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{7\pi}{4} - \frac{5\pi}{4} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

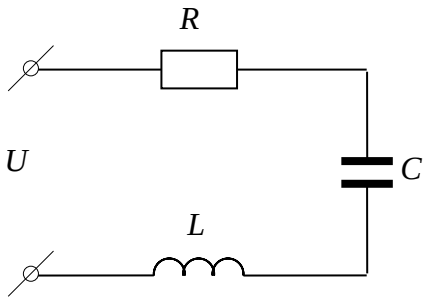
Початкова фаза для *i* складає $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$.

$i_m = \sqrt{i_1^2 + i_2^2}$; $i_m = \sqrt{1,41^2 + 1,41^2} = 2$ А.

$i = 2\sin\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right)$ або $i = 2\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$.

ЗАВДАННЯ №4

Визначити струм у ланцюзі, який складається з послідовно з'єднаних резистора, конденсатора і котушки індуктивності. Знайти падіння напруги на елементах ланцюга і побудувати векторну діаграму. Активним опором конденсатора котушки індуктивності і проводів знехтувати. Дано: $U = 220$ В; $R = 22$ Ом; $C = 100 \cdot 10^{-6}$ Ф; $L = 101,32 \cdot 10^{-3}$ Гн; $f = 50$ Гц.



РОЗВ'ЯЗАННЯ

Ємнісний і індуктивний опори

$$X_C = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{2\pi fc} = \frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 100} = 31,83 \text{ Ом};$$

$$X_L = \omega L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \cdot 101,32 \cdot 10^{-3} = 31,83 \text{ Ом}.$$

Ємнісний опір дорівнює індуктивному, отже в ланцюзі – резонанс напруги.

Повний опір у ланцюзі і струм у ньому

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2} = \sqrt{22^2 + \left(31,83 - 31,83\right)^2} = 22 \text{ Ом};$$

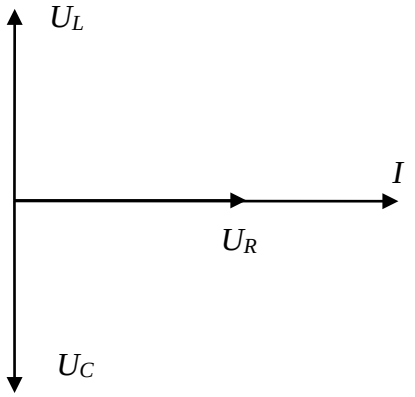
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{22} = 10 \text{ А}.$$

Падіння напруги на елементах ланцюга

$$U_R = IR = 10 \cdot 22 = 220 \text{ В};$$

$$U_L = U_C = IX_L = IX_C = 10 \cdot 31,83 = 318,3 \text{ В}.$$

При побудові векторної діаграми враховуємо, що в ланцюзі – резонанс напруги.



$$\vec{U} = \vec{U}_R + \left(\vec{U}_L - \vec{U}_C\right) = \vec{U}_R \qquad \vec{U} = \vec{U}_R$$